Ejercicios y problemas (páginas 116/120)

Identidades trigonométricas

1 **Si sen 40° = 0,6428 y sen 15° = 0,2588, ¿se puede deducir que sen 55° = 0,9008?**

No, porque sen 55° ≠ sen 40° + sen 15°

2 **Razona qué es mayor, sen 2α o 2sen α.**

Dado que sen 2α = 2 sen α · cos α, podemos observar las siguientes situaciones:

Si α ∈ 1.er cuadrante, sen 2α < 2 sen α, ya que cos α es positivo y menor que 1.

Si α ∈ 2.º cuadrante, sen 2α < 2 sen α, ya que cos α < 0.

Si α ∈ 3.er cuadrante, sen 2α > 2 sen α, ya que sen α < 0 y cos α < 0, luego el producto sen α · cos α > 0.

Si α ∈ 4.º cuadrante, sen 2α > 2 sen α, ya que 1 > cos α > 0 al multiplicar por sen α < 0 da un resultado menor en valor absoluto y, como es negativo, sen 2α es mayor que 2 sen α.

También puede utilizarse la representación geométrica.

3 **Conociendo las razones trigonométricas de $\frac{\pi}{4}$, calcula las de $\frac{\pi}{8}$.**

$$\text{sen}\,\frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{4}}{2}} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

$$\cos\frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2}} = \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$\text{tg}\,\frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}} = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$$

4 **El seno de un ángulo del segundo cuadrante vale 3/5. Calcula las razones trigonométricas de su ángulo doble.**

Si $\text{sen}\,\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{4}{5}$ y $\text{tg}\,\alpha = -\frac{3}{4}$

$\text{sen}\,2\alpha = -\frac{24}{25}$, $\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$, $\text{tg}\,2\alpha = -\frac{24}{7}$

5 **Sin utilizar la calculadora, halla el valor de:**

a) **sen 105°** ***b)*** **cos 165°** ***c)*** **tg 285°**

a) $\text{sen}\,105° = \text{sen}\,(45° + 60°) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}\,(1+\sqrt{3})}{4} = \text{sen}\,75°$

b) $\cos 165° = -\text{sen}105° = \frac{-\sqrt{2}\,(1+\sqrt{3})}{4}$

c) $\text{tg}\,285° = -\text{tg}\,75° = \text{tg}\,105° = \text{tg}(45+60) = -2-\sqrt{3}$

6 **Calcula tg α si tg 2α = $\frac{2}{3}$ y α pertenece al tercer cuadrante.**

Aplicaremos: $\text{tg}\,\alpha = \sqrt{\frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}}$

Será necesario, en primer lugar, calcular cos 2α, dado que $1 + \text{tg}^2\,2\alpha = 1/\cos^2 2\alpha$, se obtiene:

$$\cos 2\alpha = -3/\sqrt{13}$$

y sustituyendo:

$$\text{tg}\,\alpha = \sqrt{\frac{1+(3/\sqrt{13})}{1-(3/\sqrt{13})}} = 0{,}3028$$

7 **Si α es un ángulo del que se conoce que π/2 < α < π, y tg α = −10, calcula sen (π + α), cos (π + α) y tg (π + α).**

sen (π + α) = −0,995, cos (π + α) = 0,0995,
tg (π + α) = −10

8 **Sabiendo que sen α = 3/4 , π/2 < α < π, y cos β = −1/3, π/2 < β < π, averigua:**

a) **sen 2α, cos 2α y tg 2α**

b) **sen (α + β), cos (α + β) y tg (α + β)**

c) **sen (α /2) y cos 2 β**

a) sen 2α = −0,992, cos 2α = −1/8, tg 2α = 7,937

b) $\text{sen}\,(\alpha+\beta) = \frac{-3-2\sqrt{14}}{12}$, $\cos(\alpha+\beta) = \frac{\sqrt{7}-6\sqrt{2}}{12}$,
tg (α + β) = 1,8

c) sen (α/2) = 0,91, cos 2β = −7/9

9 **Sabiendo que dos ángulos son agudos y que sus tangentes son 3 y 0,75, respectivamente, calcula el seno de su suma, el coseno de su diferencia y la tangente de su semisuma.**

sen (α + β) = 0,95
cos (α − β) = 0,82
tg ((α + β)/2) = 1,39

10 **Sabemos que tg α = 14/5, α < π, y que sen β = −2/7, π < β < 3π/2. Averigua:**

a) **sen 2α, cos 2α y tg 2α**

b) **sen (β/2), cos (β/2) y tg (β/2)**

c) **sen (α + β), cos (α − β) y tg (2α + β/2)**

a) sen 2α = 0,63, cos 2α = −0,77, tg 2α = −0,82

b) sen (β/2) = 0,99, cos (β/2) = −0,14,
tg (β/2) = −6,85

c) sen (α + β) = − 0,99, cos (α − β) = −0,59,
tg (2α + β/2) = 1,66

11 **Si cos *a* = 3/5 y *a* es un ángulo del cuarto cuadrante y sen *b* = 4/5 y *b* es un ángulo del segundo cuadrante, calcula:**

a) $\cos\left(\frac{a}{2}+90°\right)$	***d)*** **sen (*a* − *b*)**	***f)*** $\cos\left(\frac{a}{2}\right)$
b) **sen (2*a* + 2*b*)**	***e)*** **tg 2*a***	***h)*** $\text{tg}\left(\frac{b}{2}\right)$
c) **tg (180° − *b*)**	***f)*** $\text{tg}\left(\frac{b}{2}-2b\right)$	***i)*** **tg 3*a***

a) $\text{sen}\left(\frac{a}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-\cos a}{2}} = \sqrt{\frac{1-3/5}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\cos\left(\frac{a}{2}+90°\right) = \cos\left(\frac{a}{2}\right)\cdot\cos 90° - \text{sen}\left(\frac{a}{2}\right)\cdot\text{sen}\,90° =$

$= -\text{sen}\left(\frac{a}{2}\right)\cdot 1 = \frac{-1}{\sqrt{5}}$

b) cos *a* = 3/5 ⇒ sen *a* = − 4/5

sen 2*a* = −24/25 y cos 2*a* = −7/25

sen *b* = 4/5 ⇒ cos *b* = −3/5

sen 2*b* = −24/25 y cos 2*b* = −7/25

sen (2*a* + 2*b*) = sen 2*a* · cos 2*b* + sen 2*b* · cos 2*a* =

$= \frac{-24}{25}\cdot\frac{-7}{25} + \frac{-24}{25}\cdot\frac{-7}{25} = 0{,}54$

c) $\text{tg}\,b = \frac{\text{sen}\,b}{\cos b} = \frac{-4}{3}$

$$\text{tg}\,(180°-b) = \frac{\text{tg}\,180° - \text{tg}\,b}{1+\text{tg}\,180°\cdot\text{tg}\,b} = \frac{0+\frac{4}{3}}{1+0\cdot\left(\frac{-4}{3}\right)} = \frac{4}{3}$$

d) $\text{sen}\,(a-b) = \text{sen}\,a \cdot \cos b - \text{sen}\,b \cdot \cos a =$

$$= \frac{-4}{5} \cdot \frac{-3}{5} - \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = 0$$

e) $\text{tg}\,2a = \dfrac{2\,\text{tg}\,a}{1-\text{tg}^2\,a} = \dfrac{24}{7}$

f) $\text{tg}\left(\dfrac{b}{2}\right) = \sqrt{\dfrac{1-\cos b}{1+\cos b}} = \sqrt{4} = 2$

$$\text{tg}\,2b = \frac{24}{7}$$

$$\text{tg}\left(\frac{b}{2} - 2b\right) = \frac{2 - 24/7}{1 + 2 \cdot 24/7} = \frac{-10}{55}$$

g) $\cos\left(\dfrac{a}{2}\right) = \sqrt{\dfrac{1+\cos a}{2}} = \dfrac{-2}{\sqrt{5}} = \dfrac{-2\sqrt{5}}{5}$

h) Véase el apartado *f)*.

i) $\text{tg}\,3a = \text{tg}\,(2a + a) = \dfrac{\text{tg}\,2a + \text{tg}\,a}{1 - \text{tg}\,2a \cdot \text{tg}\,a} =$

$$= \frac{\dfrac{24}{7} + \left(\dfrac{-4}{3}\right)}{1 + \dfrac{27}{7} \cdot \dfrac{4}{3}} = \frac{44}{117}$$

12 **Comprueba que es rectángulo todo triángulo *ABC* que verifique lo siguiente:**

$$\textbf{sen}\,B + \textbf{sen}\,C = \cos B + \cos C$$

Es evidente, dado que si el triángulo es rectángulo en *A*, $\text{sen}\,B = \cos C$ y $\text{sen}\,C = \cos B$.

13 **Demuestra que si $A + B = \dfrac{\pi}{2}$, se cumple que:**

$$(\text{sen}\,A + \text{sen}\,B) \cdot (\cos A + \cos B) = 1 + \text{sen}\,2A$$

Si $A + B = \dfrac{\pi}{2}$, se cumple que $\text{sen}\,B = \cos A$ y $\cos B = \text{sen}\,A$.

Entonces:

$(\text{sen}\,A + \text{sen}\,B) \cdot (\cos A + \cos B) =$
$= \text{sen}\,A \cos A + \text{sen}\,B \cos A + \text{sen}\,A \cos B + \text{sen}\,B \cos B =$
$= \text{sen}\,A \cos A + \cos A \cos A + \text{sen}\,A\,\text{sen}\,A + \cos A\,\text{sen}\,A =$
$= 2\,\text{sen}\,A \cos A + \cos^2 A + \text{sen}^2 A = \text{sen}\,2A + 1$

Queda, entonces, demostrado.

14 **Demuestra las siguientes igualdades.**

a) $\text{sen}^2\left(\dfrac{x}{2}\right) = \dfrac{1-\cos^2 x}{4\cos^2\left(\dfrac{x}{2}\right)}$

b) $\dfrac{\cos(a+b) - \cos(a-b)}{\text{sen}\,(a+b) + \text{sen}\,(a-b)} = -\text{tg}\,b$

c) $\dfrac{\cos a + (\cos 3a)/3}{\text{sen}\,a - (\text{sen}\,3a)/3} = \dfrac{1}{\text{tg}^3 a}$

a) $\dfrac{1-\cos^2 x}{4\cos^2\dfrac{x}{2}} = \dfrac{\text{sen}^2\,x}{4 \cdot \dfrac{1+\cos x}{2}} = \dfrac{\left[2\text{sen}\left(\dfrac{x}{2}\right) \cdot \cos\left(\dfrac{x}{2}\right)\right]^2}{2(1+\cos x)} =$

$$= \frac{4\,\text{sen}^2\left(\dfrac{x}{2}\right) \cdot \cos^2\left(\dfrac{x}{2}\right)}{2\left(1 + \cos^2\left(\dfrac{x}{2}\right) - \text{sen}^2\left(\dfrac{x}{2}\right)\right)} =$$

$$= \frac{4\,\text{sen}^2\left(\dfrac{x}{2}\right) \cdot \cos^2\left(\dfrac{x}{2}\right)}{2 \cdot 2\cos^2\left(\dfrac{x}{2}\right)} = \text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)$$

b) $\dfrac{\cos(a+b) - \cos(a-b)}{\text{sen}\,(a+b) + \text{sen}\,(a-b)} =$

$$= \frac{-2\,\text{sen}\,\dfrac{a+b+a-b}{2} \cdot \text{sen}\,\dfrac{a+b-a+b}{2}}{2\,\text{sen}\,\dfrac{a+b+a-b}{2} \cdot \cos\dfrac{a+b-a+b}{2}} =$$

$$= \frac{-\text{sen}\,a \cdot \text{sen}\,b}{\text{sen}\,a \cdot \cos b} = -\text{tg}\,b$$

c) $\cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a$

$\text{sen}\,3a = 3\,\text{sen}\,a - 4\,\text{sen}^3\,a$

Sustituyendo:

$$\frac{\cos a + \dfrac{\cos 3a}{3}}{\text{sen}\,a - \dfrac{\text{sen}\,3a}{3}} = \frac{\cos a + \dfrac{1}{3}(4\cos^3 a - 3\cos a)}{\text{sen}\,a - \dfrac{1}{3}(3\,\text{sen}\,a - 4\,\text{sen}^3\,a)} =$$

$$= \frac{\cos a + \dfrac{4}{3}\cos^3 a - \cos a}{\text{sen}\,a - \text{sen}\,a + \dfrac{4}{3}\text{sen}^3\,a} = \frac{\dfrac{4}{3}\cos^3 a}{\dfrac{4}{3}\text{sen}^3\,a} = \text{cotg}^3\,a = \frac{1}{\text{tg}^3\,a}$$

15 **Simplifica** $\dfrac{\textbf{tg}\,2a}{(1 + \sec 2a)} - \dfrac{\textbf{sen}\,(a-b)}{\cos a \cdot \cos b} - (\textbf{tg}\,a + \textbf{tg}\,b)$

Simplificamos la primera fracción:

$$\frac{\text{tg}\,2a}{1+\sec 2a} = \frac{\dfrac{\text{sen}\,2a}{\cos 2a}}{1 + \dfrac{1}{\cos 2a}} = \frac{\dfrac{\text{sen}\,2a}{\cos 2a}}{\dfrac{\cos 2a + 1}{\cos 2a}} =$$

$$= \frac{2\,\text{sen}\,a\cos a}{\cos^2 a - \text{sen}^2\,a + \text{sen}^2\,a + \cos^2 a} = \frac{2\,\text{sen}\,a \cos a}{2\cos^2 a} = \text{tg}\,a$$

Simplificamos la segunda fracción:

$$\frac{\text{sen}\,(a-b)}{\cos a \cdot \cos b} = \frac{\text{sen}\,a\cos b - \text{sen}\,b\cos a}{\cos a\cos b} =$$

$$= \frac{\text{sen}\,a\cos b}{\cos a\cos b} - \frac{\text{sen}\,b\cos a}{\cos a\cos b} = \text{tg}\,a - \text{tg}\,b$$

Sustituimos estas expresiones en la expresión global:

$$\frac{\text{tg}\,2a}{1+\sec 2a} - \frac{\text{sen}\,(a-b)}{\cos a \cdot \cos b} - (\text{tg}\,a + \text{tg}\,b) =$$

$= \text{tg}\,a - (\text{tg}\,a - \text{tg}\,b) - (\text{tg}\,a + \text{tg}\,b) =$
$= \text{tg}\,a - \text{tg}\,a + \text{tg}\,b - \text{tg}\,a - \text{tg}\,b = -\text{tg}\,a$

16 **Comprueba que se verifican estas igualdades.**

a) $\textbf{sen}\,44° - \textbf{sen}\,22° = -2\cos 147° \cdot \textbf{sen}\,11°$

b) $\cos 70° - \cos 50° = 2\,\textbf{sen}\,300° \cdot \textbf{sen}\,10°$

c) $\textbf{sen}\,75° - \cos 75° = 2\cos 45° \cdot \textbf{sen}\,30°$

a) $\text{sen}\,44° - \text{sen}\,22° = 2\cos 33° \cdot \text{sen}\,11° =$
$= 2(-\cos 147°) \cdot \text{sen}\,11° = -2\cos 147° \cdot \text{sen}\,11°$

b) $\cos 70° - \cos 50° = -2\,\text{sen}\,60° \cdot \text{sen}\,10° =$
$= -2(-\text{sen}\,300°) \cdot \text{sen}\,10° = 2\,\text{sen}\,300° \cdot \text{sen}\,10°$

c) $\text{sen}\,75° - \cos 75° = \text{sen}\,75° - \text{sen}\,15° =$
$= 2\cos 45°\,\text{sen}\,30°$

17 **Transforma en productos las siguientes sumas.**

a) $\textbf{sen}\,100° + \textbf{sen}\,20°$

b) $\cos 100° - \cos 20°$

c) $\cos 70° + \cos 50°$

a) $2\,\text{sen}\,60° \cdot \cos 40°$

b) $-2\,\text{sen}\,60° \cdot \text{sen}\,40°$

c) $2\cos 60° \cdot \cos 10°$

18 **Sin utilizar la calculadora, halla:**

a) $\dfrac{\text{sen } 40° + \text{sen } 20°}{\cos 40° + \cos 20°}$ ***c)*** $\cos 75° \cdot \cos 15°$

b) $\dfrac{\text{sen } 110° + \text{sen } 50°}{\cos 110° - \cos 50°}$ ***d)*** $\text{sen } 75° \cdot \cos 15°$

a) $\dfrac{\text{sen } 40° + \text{sen } 20°}{\cos 40° + \cos 20°} = \dfrac{2 \text{ sen } 30° \cdot \cos 10°}{2 \text{ sen } 30° \cdot \cos 10°} = \text{tg } 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

b) $\dfrac{\text{sen } 110° + \text{sen } 50°}{\cos 110° - \cos 50°} = \dfrac{2 \text{ sen } 80° \cdot \cos 30°}{-2 \text{ sen } 80° \cdot \text{sen } 30°} =$

$= -\text{cotg } 30° = -\sqrt{3}$

c) $\cos 75° \cdot \cos 15° = \dfrac{\cos 90° + \cos 60°}{2} = \dfrac{1}{4}$

d) $\text{sen } 75° \cdot \cos 15° = \dfrac{\text{sen } 90° + \text{sen } 60°}{2} =$

$= \dfrac{1 + \sqrt{3}/2}{2} = \dfrac{2 + \sqrt{3}}{4}$

19 **Sin utilizar la calculadora, averigua el valor de las siguientes expresiones.**

a) $\dfrac{\text{sen } 105° + \text{sen } 15°}{\cos 105° - \cos 15°} \cdot \text{tg } 15°$

b) $(\text{sen } 75° \cdot \text{sen } 45°) \cdot (\cos 75° \cdot \cos 45°) \cdot (1 - \cos 15°)$

a) $\dfrac{\text{sen } 105° + \text{sen } 15°}{\cos 105° - \cos 15°} \cdot \text{tg } 15° =$

$= \dfrac{2 \text{ sen } 60° \cdot \cos 45°}{-2 \text{ sen } 60° \cdot \text{sen } 45°} \cdot \text{tg } (45° - 30°) =$

$= -\text{cotg } 45° \cdot \dfrac{\text{tg } 45° - \text{tg } 30°}{1 + \text{tg } 45° \cdot \text{tg } 30°} =$

$= -1 \cdot \dfrac{1 - \dfrac{\sqrt{3}}{3}}{1 + \dfrac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3} - 2$

b) $(\text{sen } 75° \cdot \text{sen } 45°) \cdot (\cos 75° \cdot \cos 45°) \cdot (1 - \cos 15°) =$

$= \dfrac{1}{2}(\text{sen } 120° + \text{sen } 30°) \cdot \dfrac{1}{2}(\cos 120° + \cos 30°) \cdot$

$\cdot (1 - \cos (45° - 30°)) =$

$= \dfrac{1}{4} \cdot \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}\right) \cdot \left(\dfrac{-1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot$

$\cdot (1 - (\cos 45° \cdot \cos 30° + \text{sen } 45° \cdot \text{sen } 30°)) =$

$= \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \left(1 - \left(\dfrac{\sqrt{6}}{4} + \dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)\right) = \dfrac{1}{8} - \left(\dfrac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{32}\right)$

20 **Calcula la expresión de tg 3*a* en función de tg *a*. Aplícala para *a* = 45°.**

$$\text{tg } 3a = \text{tg } (2a + a) = \frac{\text{tg } 2a + \text{tg } a}{1 - \text{tg } 2a \cdot \text{tg } a} = \frac{\dfrac{2 \text{ tg } a}{1 - \text{tg}^2 a} + \text{tg } a}{1 - \dfrac{2 \text{ tg } a}{1 - \text{tg}^2 a} \cdot \text{tg } a} =$$

$$= \frac{2 \text{ tg } a + \text{tg } a - \text{tg}^3 a}{1 - \text{tg}^2 a - 2 \text{ tg}^2 a} = \frac{3 \text{ tg } a - \text{tg}^3 a}{1 - 3 \text{ tg}^2 a}$$

$$\text{tg } 135° = \text{tg } (3 \cdot 45°) = \frac{3 \text{ tg } 45° - \text{tg}^3 45}{1 - 3 \text{ tg}^2 45} = \frac{3 - 1}{1 - 3} = -1$$

21 **Halla sen 2*x* si sen *x* − cos *x* = 1/3**

Basta con elevar al cuadrado los dos miembros de la igualdad.

$(\text{sen } x - \cos x)^2 = \dfrac{1}{9} \Rightarrow \text{sen}^2 x - 2 \text{ sen } x \cdot \cos x + \cos^2 x = \dfrac{1}{9}$

$(\text{sen}^2 x + \cos^2 x) - \text{sen } 2x = \dfrac{1}{9} \Rightarrow \text{sen } 2x = 1 - \dfrac{1}{9} = \dfrac{8}{9}$

Ecuaciones trigonométricas

22 **Resuelve.**

a) $\text{tg } x = \sqrt{3}$ ***d)*** $\text{sen } (x/2) = \sqrt{2}/2$

b) $\sec x = 2$ ***e)*** $\cos\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right) = -1$

c) $\text{cotg } x = -1$ ***f)*** $\text{cosec } (x + \pi) = -\sqrt{2}$

a) $x = 60° + k \cdot 180°$

b) $\begin{cases} x = 60° + k \cdot 360° \\ x = 300° + k \cdot 360° \end{cases}$

c) $x = 135° + k \cdot 180°$

d) $\begin{cases} x = 90° + k \cdot 720° \\ x = 270° + k \cdot 720° \end{cases}$

e) $x = 3\pi/2 + k \cdot 2\pi$

f) $\begin{cases} x = \pi/4 + k \cdot 2\pi \\ x = 3\pi/4 + k \cdot 2\pi \end{cases}$

23 **Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas.**

a) $\cos 3x = \text{sen } 30°$

b) $\cos (4x - \pi) = -1/2$

c) $\text{sen } 2x = \cos x$

d) $2\text{sen}^2 x + \text{sen } x = 1/2$

e) $\text{sen } x + \cos x = \sqrt{2}$

f) $\cos x - \cos 3x = 0$

g) $\text{sen } x - \cos x = \sqrt{\dfrac{3}{2}}$

h) $\text{sen } x - \dfrac{1}{\text{sen } x} = -\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$

i) $\text{sen } x + 2 = 3 \cos 2x$

j) $1 = \dfrac{\text{sen } 2x}{2} + \cos^2 x$

k) $\cos 2x + 5 \cos x + 3 = 0$

l) $\dfrac{\text{sen}^2 2x}{2} + \cos^2 x = 1$

m) $6 \cos^2 x + \cos 2x = 5$

n) $\cos x - \dfrac{2 \text{ tg } x}{1 + \text{tg}^2 x} = 0$

a) $\cos 3x = \text{sen } 30° \Rightarrow \cos 3x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow 3x = 60° + k \cdot 360°$

$\Rightarrow 3x = 300° + k \cdot 360°$, es decir:

$$\begin{cases} x = 20° + k \cdot 120° \\ x = 100° + k \cdot 120° \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

b) $\cos (4x - \pi) = -\dfrac{1}{2}$

El coseno de esta diferencia se puede escribir como:

$\cos 4x \cos \pi + \text{sen } 4x \text{ sen } \pi = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow -\cos 4x = -\dfrac{1}{2}$

Es decir:

$\cos 4x = \dfrac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 4x = 60° + k \cdot 360° \\ 4x = 300° + k \cdot 360° \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$

Por lo que las soluciones de la ecuación son:

$\begin{cases} x = 15° + k \cdot 90° \\ x = 75° + k \cdot 90° \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$

c) Se sustituye sen 2*x* y se obtiene:

$$2 \text{ sen } x \cdot \cos x - \cos x = 0 \Rightarrow \cos x \,(2 \text{ sen } x - 1) = 0$$

De lo que se deduce:

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = 90° + k \cdot 180°$$

$$2 \text{ sen } x = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 30° + k \cdot 360° \\ x = 150° + k \cdot 360° \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

d) Reduciendo a común denominador se obtiene la ecuación de segundo grado:

$$4 \text{ sen}^2 x + 2 \text{ sen } x - 1 = 0$$

Se resuelve y se obtiene:

$$\text{sen } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 38{,}17° + k \cdot 360° \\ x = 141{,}83° + k \cdot 360° \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

$\text{sen } x = \dfrac{-1 - \sqrt{5}}{2} < -1$, no hay solución.