

# PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS

1. Encuentra el término general de las siguientes progresiones:

a) 2, 5, 8, 11,...

d)  $\frac{1}{5}, \frac{3}{10}, \frac{9}{20}, \frac{27}{40}, \frac{81}{80}, \dots$

b) 2, 6, 18, 54,...

e)  $1, -\frac{3}{8}, -\frac{7}{27}, -\frac{11}{64}, -\frac{15}{125}, \dots$

c)  $2, 2, \frac{8}{3}, 4, \frac{32}{5}, \dots$

f) 5, -15, 45, -135,...

2. ¿Cuánto vale el término vigesimoquinto de una progresión aritmética en la que  $a_{10} = 32$  y  $d = 5$ ?

3. Halla el término  $a_{20}$  de una progresión aritmética en la que  $a_8 = 12$  y  $a_{12} = 32$ .

4. Halla la suma de los 34 primeros términos de una progresión aritmética en la que  $a_1$  vale  $-7$  y  $d$  4.

5. Calcula el término vigesimocuarto de la siguiente progresión geométrica: 4, -12, 36, -108,...

6. Calcula la razón de una progresión geométrica en la que  $a_6 = 27$  y  $a_3 = 1$ .

7. En una progresión geométrica  $a_1 = 6$  y  $r = 2$ , ¿qué lugar ocupa el término que vale 6 144?

8. Halla la suma de los 21 primeros términos de una progresión geométrica en la que  $r = \sqrt{2}$  y  $a_1 = 2$ .

# PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS (Soluciones)

1. Encuentra el término general de las siguientes progresiones:

a) 2, 5, 8, 11,...

$$a_n = 3n - 1$$

b) 2, 6, 18, 54,...

$$b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

c)  $2, 2, \frac{8}{3}, 4, \frac{32}{5}, \dots$

$$c_n = \frac{2^n}{n}$$

d)  $\frac{1}{5}, \frac{3}{10}, \frac{9}{20}, \frac{27}{40}, \frac{81}{80}, \dots$

$$d_n = \frac{3^{n-1}}{5 \cdot 2^{n-1}}$$

e)  $-1, \frac{3}{8}, \frac{7}{27}, \frac{11}{64}, \frac{15}{125}, \dots$

$$e_n = \frac{4n - 5}{n^3}$$

f) 5, -15, 45, -135,...

$$f_n = (-1)^{n+1} \cdot 5 \cdot 3^{n-1}$$

2. ¿Cuánto vale el término vigesimoquinto de una progresión aritmética en la que  $a_{10} = 32$  y  $d = 5$ ?

Como en una progresión aritmética el término general viene dado por la expresión:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

para  $n = 25$  será:

$$a_{25} = a_1 + (25 - 1) \cdot 5$$

y  $a_1$  lo podemos obtener de  $a_{10}$ :

$$a_{10} = 32 = a_1 + (10 - 1) \cdot 5 \Rightarrow a_1 = -13$$

Por lo que:

$$a_{25} = a_1 + (25 - 1) \cdot 5 = -13 + 24 \cdot 5 = 107$$

3. Halla el término  $a_{20}$  de una progresión aritmética en la que  $a_8 = 12$  y  $a_{12} = 32$ .

Sustituyendo en la expresión del término general y resolviendo el sistema que resulta:

$$\left. \begin{array}{l} a_8 = 12 = a_1 + (8 - 1) \cdot d \\ a_{12} = 32 = a_1 + (12 - 1) \cdot d \end{array} \right\} \Rightarrow a_1 = -23; d = 5$$

por lo que:

$$a_{20} = -23 + (20 - 1) \cdot 5 = 72$$

4. Halla la suma de los 34 primeros términos de una progresión aritmética en la que  $a_1$  vale  $-7$  y  $d$  4.

Para una progresión aritmética:

$$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

que para  $n = 34$ :

$$S_{34} = \frac{34 \cdot (-7 + a_{34})}{2} = \frac{34 \cdot (-7 + 125)}{2} = 2\,006$$

5. Calcula el término vigesimocuarto de la siguiente progresión geométrica: 4,  $-12$ , 36,  $-108$ ,...

En la progresión dada  $a_1 = 4$  y  $r = -3$ , luego:

$$a_{24} = 4 \cdot (-3)^{24-1} = 4 \cdot (-3)^{23}$$

6. Calcula la razón de una progresión geométrica en la que  $a_6 = 27$  y  $a_3 = 1$ .

Sustituyendo en la expresión del término general de una progresión geométrica para  $n = 6$  y  $n = 3$  y resolviendo el sistema que resulta:

$$\left. \begin{array}{l} a_6 = 27 = a_1 \cdot r^5 \\ a_3 = 1 = a_1 \cdot r^2 \end{array} \right\} \Rightarrow r = 3; a_1 = \frac{1}{9}$$

7. En una progresión geométrica  $a_1 = 6$  y  $r = 2$ , ¿qué lugar ocupa el término que vale 6 144?

Sustituyendo en la expresión del término general para este tipo de progresión:

$$6\,144 = 6 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow 1\,024 = 2^{n-1} \Rightarrow 2^{10} = 2^{n-1} \Rightarrow 10 = n - 1 \Rightarrow n = 11$$

es decir, el término que vale 6 144 es el  $a_{11}$ .

8. Halla la suma de los 21 primeros términos de una progresión geométrica en la que  $r = \sqrt{2}$  y  $a_1 = 2$ .

Para un progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

luego, sustituyendo los datos del enunciado:

$$S_{21} = \frac{a_{21} \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{a_1 \cdot r^{20} \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{2 \cdot (\sqrt{2})^{21} - 2}{\sqrt{2} - 1} = 6\,987,48$$